



İKİLİ ÇARPMA

1. Giriş

Bilgisayarların yaptığı temel işlevler arasında en fazla zaman gerektiren işlemlerden biri de çarpmadır. Günümüze dek teknolojik imkanlara göre değişik çarpma yöntemleri geliştirilmiştir ve kullanılmıştır. Bunlardan biri olan seri çarpıcılar oldukça yavaş kalmaktadır. Paralel çarpıcılar ise seri çarpıcılara nazaran oldukça hızlıdır. Deneyde bu çarpıcıların yapısı incelenecek olup öğrencilerin bu tür devreleri kurabilmesi hedeflenmektedir.

2. Seri Çarpma

Çarpma işlemi bilgisayarlarda normal olarak kaydırmalı toplama olarak gerçekleştirilmektedir. İkili çarpma için kullanılan kağıt-kalem ve makine yöntemlerine ilişkin birer örnek aşağıda verilmiştir.

	Taşma	Çift uzunluklu kaydedici
1 0 1 1 çarpılan	1 0 1 1	
1 1 1 0 çarpan	1 1 1 0	
-----	-----	-----
0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
1 0 1 1	1 0 1 1	0 0 0 0
1 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 0
1 0 1 1	+1 0 0 0 0	1 0 0 0
-----	-----	-----
1 0 0 1 1 0 1 0 sonuç	+1 1 0 0 0	0 1 0 0
	+1 0 0 1 1	0 1 0 0
	1 0 0 1	1 0 1 0
	-----	-----
	Sonuç 1 0 0 1	1 0 1 0 = 154

Tablo 1. (a) Kağıt-kalem yöntemi (b) Makine yöntemi

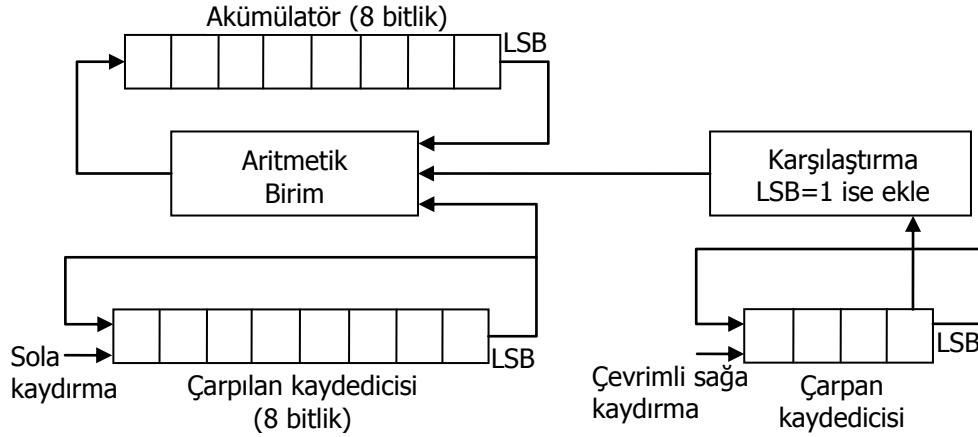
Tablo 1'den görüldüğü gibi her iki yöntemde de çarpan bitleri ayrı ayrı test edilerek 1 değerli çarpan biti için çarpılan kısmı çarpıma eklenerek bir hane kaydırılmakta, 0 değerli çarpan biti için ise kısmi çarpım sadece bir hane sağa kaydırılmaktadır. Makine yönteminde her sağa kaydırmayla çarpımın bir biti belirlenir. Bu yöntemde kısmi çarpımı oluşturmak için çarpan veya çarpılanın bit uzunluğunda bir toplayıcı kullanmak yeterli olacaktır.

Sayısal bilgisayarlarda ikili çarpmayı gerçekleştirecek bir çarpıcı, aşağıdaki devrelerin uygun bağlanmasıyla gerçekleştirilebilir.

a) Çarpmanın 1 olan haneleri için kısmi çarpıma çarpılanı ekleyen ikili toplama devresi.

b) Her çarpım hanesi için, kısmi çarpımı bir hane sağa veya sola kaydırma devresi.

c) Her işlemden sonra, çarpmanın hanelerini algılamak üzere bir hane sola kaydıran devre.



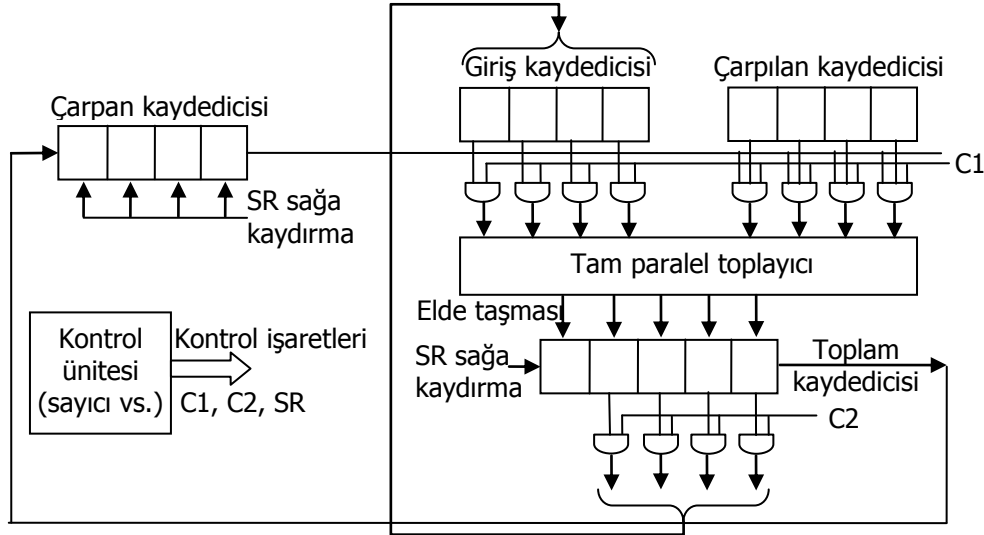
Şekil 1. Seri çarpma devresi

Şekil-1’de verilen 4 bitlik çarpma devresinin çalışmasını inceleyelim. Başlangıçta akümülatörün içeriği temizlenir ve 4 bitlik çarpılan, çift uzunluklu çarpılan kaydedicisinin sağ yarısına yerleştirilir. Çarpmanın en anlamsız hanesi algılanır. Eğer bu hane 1 ise çarpılan kaydedicisinin içeriği ile akümülatörün içeriği seri toplama devresinde bit bit toplanarak, sonuç akümülatöre yazılır. Daha sonra çarpım kaydedicisi bir hane sağa, çarpılan kaydedicisi de bir hane sola kaydırılır. Bu işlemler çarpmanın hane sayısı kadar tekrarlandığında çarpma işlemi tamamlanmış olur.

3. Paralel Çarpma

Sayısal bilgisayarlarda diğer işlemler için kullanılan CPU’dan faydalanılarak çarpma işleminin gerçekleştirilmesi, gerekli donanımı ucuz maliyetli kılmaktadır. Özel amaçlı çarpıcılarda ise tasarım ölçütü daha çok hız, operantların bit uzunluğu, uyumluluk ve ucuz maliyettir. Paralel çarpıcı ile seri çarpıcının tasarım ilkeleri aynıdır. Paralel çarpıcıda, kısmi çarpıma çarpılanı ilave etmek için bir paralel tam toplayıcı gerekirken, seri çarpıcıda bu işlem bir bitlik bir tam toplayıcı yardımıyla seri olarak gerçekleştirilir.

Paralel çarpıcıda kullanılan toplayıcı devre içerisinde “Eldeye Bak Üretici” (Look Ahead Carry Generator) vardır. Bu sayede toplanacak bitlerin anlamsız hanelerinden anlamlı hanelerine gelecek olan elde daha önceden hesaplanır ve toplama işlemi seri çarpıcılardaki toplama işlemine göre çok çok hızlı şekilde gerçekleşir. Bu tip toplayıcılara ileri eldeli toplayıcı denir. 4 bitlikten daha büyük ileri eldeli toplayıcılarda önceden gelecek eldenin hesaplanması zorlaşmakta ve elde tahmin mantık devresi karmaşık hale gelmektedir. Bundan dolayı ileri eldeli toplayıcılar genellikle 4 bitlik imal edilirler.



Şekil 2. Paralel çarpma devresi

Paralel çarpıcıda; denetim birimindeki sayıcı, giriş ve toplam kaydedicileri sıfırlanır. Daha sonra çarpılan ve çarpma uygun kaydedicilere paralel olarak sokulur. Çarpma kaydedicisi bir hane sağa kaydırılarak en anlamsız biti ile çarpılan çarpılır ve sonuç giriş kaydedicisinin içeriği ile toplanıp toplam kaydediciye kaydedilir. Toplam kaydedicinin en anlamsız hanesi sağa kaydırılarak çarpma kaydediciye seri olarak sokulur ve toplam kaydedicide kalan içerik, giriş kaydedicisine gelir. Bu arada denetim birimindeki sayıcının içeriği bir artırılır. Çarpma kaydediciye seri olarak bir bit girdiği sırada en anlamsız hane dışarı çıkar ve yukarıdaki olaylar çarpma kaydedicinin bit sayısı kadar tekrarlanır.

Günümüzde kullanılan bir başka çarpıcı türü de tek yongadan oluşan eşzamanlı çarpıcıdır. Eşzamanlı çarpıcılar kombinasyonel devreler kullanılarak gerçekleştirilebilir. Bu çarpıcılar iki adet 16 bitlik sayıcıyı 100 ns'den daha kısa sürede çarpabilecek şekilde imal edilebilmektedir.

4. Hızlı Çarpma Yöntemleri

Bu bölümde, işaretli-sayı çarpımı için güçlü bir yöntem olan Booth Algoritmasına değinilecektir. Booth Algoritması hem pozitif hem de negatif sayıları aynı şekilde işlemeye sokarak $2n$ bitlik çarpım üretmektedir. Bilinen topla-kaydır yönteminde her çarpma bit için kısmi çarpıma eklenecek çarpılanın bir kopyası üretilir. Çok büyük çarpma için çok sayıda çarpılanın kısmi çarpımla toplanması gerekmektedir. Çarpma emrinin icra süresi, gerçekleştirilecek olan toplama işlemlerinin sayısı tarafından tayin edilmektedir. Bundan dolayı toplama sayısının azaltılması, çarpma işleminin süresini azaltacaktır.

Örneğin, her bir ucunda en az bir 0 olan yalnız 1 bloğuna sahip bir pozitif çarpmanın olduğu bir çarpma işlemini inceleyelim. 0011110 çarpmanı normal çarpma işleminde, çarpılanın dört kaydırılmış biçiminin toplanmasını gerektirir. Fakat toplamaların sayısı bu biçimdeki bir çarpmanı aşağıdaki iki sayının farkı sayarak azaltılabilir.

$$\begin{array}{r}
 010000 \quad 32 \\
 - 000010 \quad -2 \\
 \hline
 \end{array}$$

Bu durumda çarpım bir toplama ve bir çıkarma işlemiyle yani 32 defa çarpılanı ekleyip, ikidefa çıkarılarak elde edilir.

Bilinen gösterimde çarpan şöyle yazılabilir: 0 +1 +1 +1 +1 0 ve yeniden kodlanmış çarpan ise 0 +1 0 0 0 -1 0 şeklinde yazılır. Dikkat edilmelidir ki çarpan sağdan sola doğru taranırken 0 -1 geçişlerinde -1 defa sola kaydırılmış çarpılan ve 1 - 0 geçişlerinde de +1 defa sola kaydırılmış çarpılan meydana gelir. Booth yönteminin negatif ve pozitif sayılara uygulanmış birer örnek aşağıda verilmiştir.

<pre> {43} 0 1 0 1 0 1 1 {0011110 30} 0+1 0 0 0-1 0 ----- 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 + 0 0 0 0 0 0 0 0 ----- (1) 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 { 1290 } (a) </pre>	<pre> {11} 0 1 0 1 1 {11010 6} 0-1+1-1 0 ----- 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 + 0 0 0 0 0 0 0 ----- (0) 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 { 66 } (b) </pre>
--	--

Tablo 2. (a) İki pozitif sayının çarpımı (b) Pozitif ve negatif sayıların çarpımı

Booth yöntemi, sayıların durumuna göre bazen çok iyi çalışmayabilir. Fakat yöntem özellikle sayı içerisinde ardı ardına gelen çok sayıda 1 yığılmalarının olduğu durumlarda verimlidir.

5. Deney Hazırlığı

1. İkili çarpma devrelerini elektronik olarak nasıl tasarlayabileceğinizi düşününüz.
2. 555 timer entegresinin multivibratör olarak çalışmasını araştırınız.
3. Look ahead carry devresinin iç yapısını ve çalışma mantığını araştırınız.
4. 7483 paralel çarpıcı ve 74194 kaydırmalı kaydedicilerin kataloglarından bağlantılarını inceleyiniz.
5. Deney sorularını cevaplandırınız.

6. Deney Tasarımı ve Uygulaması

1. Daha önceden kurulmuş olan ikili çarpma devresinin çalışmasını gözlemleyiniz.
2. Seri ve paralel çarpma devrelerinin çalışma mantıklarını teorik olarak inceleyiniz. Benzerlikleri ve farklılıkları anlamaya çalışınız.
3. Deney esnasında size verilen ikili çarpma devresinin iç yapısını ayrıntılı olarak inceleyiniz. Bağlantıların ne amaçla yapıldığını anlamaya çalışınız.
4. 74194 kaydırmalı kaydediciyi istendiğinde çevrimli olarak sürekli sağa ya da sola kaydıracak biçimde tasarlayarak çalışma modlarının nasıl kullanıldığını öğreniniz.
5. 7483 paralel toplayıcı ile iki sayıyı toplayarak bu entegrenin kullanımını öğreniniz.

7. Deney Soruları

1. Seri arpma devrelerinden kağıt-kalem yöntemi ile makine yöntemi arasındaki fark nedir? Tasarım bakımından ne gibi farklılıklar oluşur?
2. Seri arpma ile paralel çarpma devreleri arasındaki fark nedir?
3. İleri elde üretici eldeyi hesaplamakta mı yoksa tahmin mi etmektedir? Eğer hesaplıyorsa bu nasıl hız kazancı sağlamaktadır?
4. Şekil-2'deki C1 ve C2 kontrol uçları hangi işlevi gerçekleştirmektedir?
5. Booth algoritması hangi durumlarda dezavantajlı olur?

8. Deney Raporu

1. Deneyde işlenen teorik konuları (föyden bağımsız olarak) kısaca anlatınız.
2. Deney esnasında sorulan sorulara verilen cevaplardan aldığınız notları rapora aktarınız.
3. Deney esnasında kurduğunuz devreleri ve elde ettiğiniz sonuçları belirtiniz.